Colle du 14/11 - Sujet 1
Fonctions usuelles et équations complexes

Question de cours. Enoncer et démontrer la relation entre $\arctan(x)$ et $\arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ sur $\mathbb{R}_+^*$.

Exercice 1. Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que z, z^2 et z^4 soient alignés.

Exercice 2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\arccos(x) = \arcsin(1-x)$.

Colle du 14/11 - Sujet 2
Fonctions usuelles et équations complexes

Question de cours. Démonstration de l'écriture polaire des racines n-ièmes de l'unité.

Exercice 1.

1. Etudier $f : x \mapsto \arcsin\left(\frac{\sqrt{2-x^2}+x}{2}\right)$.
2. Retrouver l'expression simplifiée de f directement en calculant $f\left(\sqrt{2}\sin(\alpha)\right)$, pour $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{4}\,;\,\frac{\pi}{4}\right]$.

Exercice 2. Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $\theta \in \mathbb{R}$. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^n + \frac{1}{z^n} = 2\cos(n\theta)$.

Colle du 14/11 - Sujet 3
Fonctions usuelles et équations complexes

Question de cours. Justifier la dérivabilité de la fonction arcsin et calculer sa dérivée.

Exercice 1. Résoudre l'équation $z^4 + 4 = (3+i)\,z^2$ d'inconnu $z \in \mathbb{C}$.

Exercice 2. Résoudre l'équation suivante d'inconnu $x \in \mathbb{R}$:

$$\log_x(10) = 2\log_{10x}(10) + 3\log_{100x}(10).$$